Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

PROFALE
PROFESSIONELLES LEHRERHANDELN ZUR FÖRDERUNG FACHLICHEN LERNENS

Autorin:
Anna Barbara Orschulik

Entwicklung in Zusammenarbeit mit:
Nils Buchholtz, Nadine Krosanke
und Katrin Vorhölter

Schlagworte
Mathematik
Differenzierung
Fremdes Praxisartefakt (Schülerprodukt)
Unterrichtswahrnehmung
Bearbeitung im Seminar

Seminaraufgabe: Differenzierung mit offenen Aufgaben

Materialbeschreibung

Das vorliegende Material ermöglich eine Auseinandersetzung mit dem Thema „Differenzierung“ anhand einer offenen Aufgabe. Dabei kann zum einen das Potenzial einer offenen Aufgabe, zum anderen die Herausforderungen einer geeigneten Ergebnissicherung thematisiert werden. Im Zentrum des vorliegenden Materials steht insbesondere die Analyse von Schülerlösungen.
Anhand einer offenen Aufgabe zum Thema Funktionen der 10. Klasse und vier realen Schülerlösungen sind die Studierenden aufgefordert, die unterschiedlichen Lösungen zu analysieren und mögliche Bearbeitungsniveaus der Aufgabe herauszuarbeiten. Anschließend soll eine passende Ergebnissicherung geplant werden.
Das Material ist für eine kooperative Bearbeitung mit den MentorInnen im Seminar geeignet, da diese ihre Praxisexpertise in die Analyse der Schülerlösungen mit einbringen können und insbesondere die Planungen zur Ergebnissicherung kritisch hinterfragen können.

Inhaltsübersicht

Arbeitsauftrag

1. Lesen Sie den Informationstext zur Aufgabe "Vespa-Stühle" und analysieren Sie das Differenzierungspotenzial dieser Aufgabe (siehe **Material A**).
2. Beschreiben Sie anhand der Schülerlösungen (siehe **Material B**), wie die einzelnen Gruppen die Aufgaben gelöst haben. Nutzen Sie hierfür Begriffe der Mathematik und Mathematikdidaktik.
3. Beschreiben Sie anhand der Schülerlösungen (**Material B**), auf welchen Leistungsniveaus die Aufgabe lösbar ist.
4. Entwickeln Sie unter Einbezug der Schülerlösungen (**Material B**) eine mögliche Gestaltung der Auswertungs- und Sicherungsphase.

Material A

Aufgabe "Vespa-Stühle"

Voraussetzungen der Schüler:

Die Schülerinnen und Schüler einer 10. Klasse hatten für diese Aufgabe zwei Doppelstunden Zeit. Die Anfertigung der Flipchart fiel überwiegend ebenfalls in diesen Zeitraum. Bis zu diesem Zeitpunkt wurde die Berechnung von Extrempunkten, jedoch keine Kosten-, Gewinn- oder Erlösfunktionen behandelt.

Methodik:

Die Klasse wurde in leistungshomogene 3er-Gruppen zusammengesetzt.

Aufgabe: Vespa-Stühle

Die spanische Firma Bel&Bel stellt aus alten Vespas der Firma Piaggio Möbel her. Unter anderem auch Bürostühle.

http://belybel.com/scooter-chair-eng/ [Stand: 09.05.2016]

Stelle dir vor, du hast nach einer abgeschlossenen Ausbildung zum Kaufmann im Groß- und Außenhandel in diesem Unternehmen angefangen. Deine erste Aufgabe ist es zu überprüfen, ob der Stuhl, der für 800€ verkauft wird, so sinnvoll platziert ist.
Dir ist bekannt, dass sich die Produktionskosten durch die Funktion

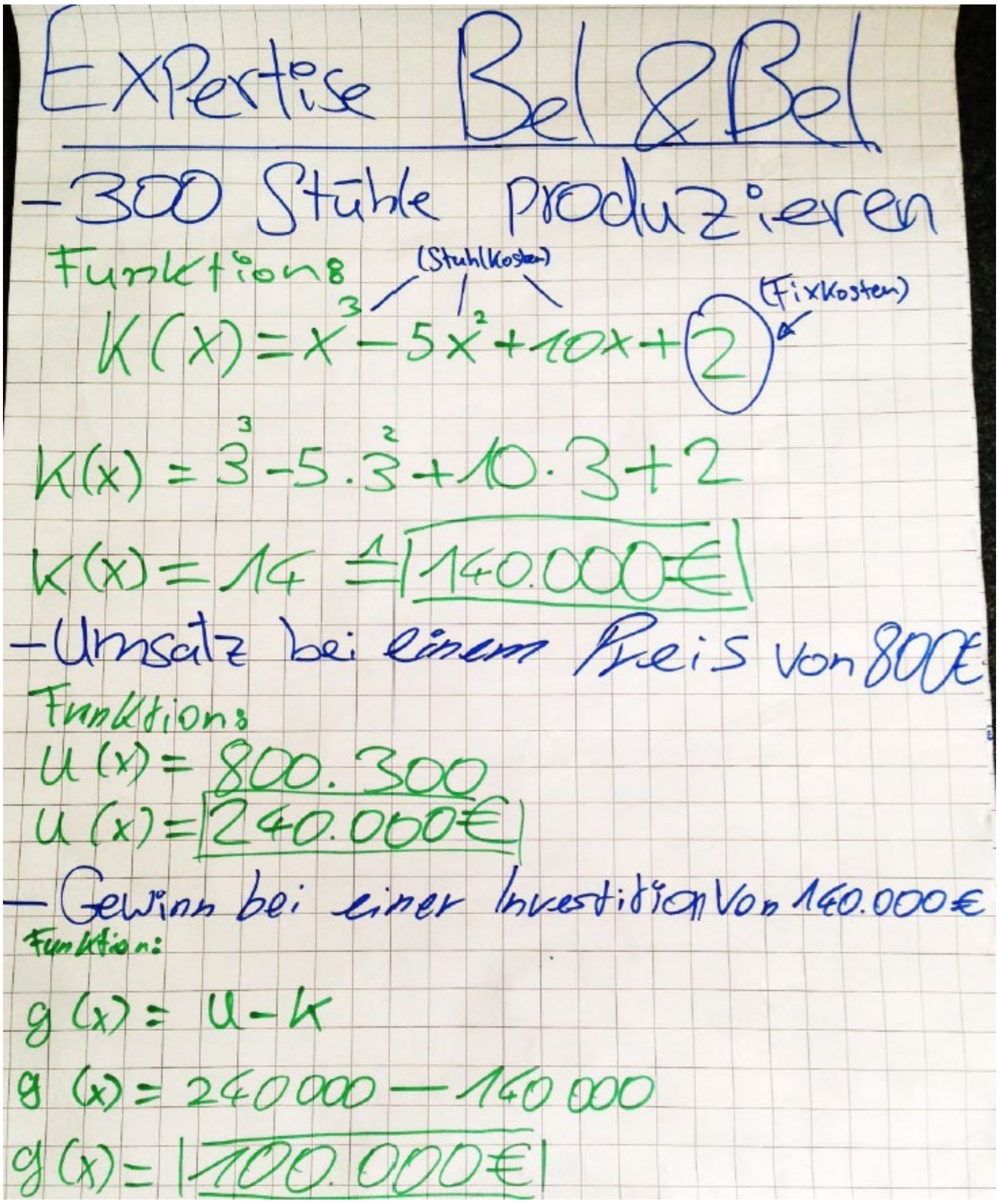
$K(x) = x^3 - 5x^2 + 10x + 2$ (x in 100 Stück, K(x) in 10.000 Euro)

beschreiben lassen und unter den jetzigen Bedingungen maximal 500 Stühle in dem Unternehmen produziert werden können. Zurzeit werden lediglich 400 Stühle produziert.

Erstelle eine ausführliche Expertise für deinen Chef.

Material B

Schülerlösungen



Expertise Bel & Bel

– 300 Stühle produzieren

Funktion:

(Stuhlkosten) (Fixkosten)

$K(x) = x^3 - 5x^2 + 10x + 2$

$K(x) = 3^3 - 5 \cdot 3^2 + 10 \cdot 3 + 2$

$K(x) = 14 \mathrel{\hat{=}} \boxed{140.000€}$

– Umsatz bei einem Preis von 800€

Funktion:

$U(x) = 800 \cdot 300$

$U(x) = \boxed{240.000€}$

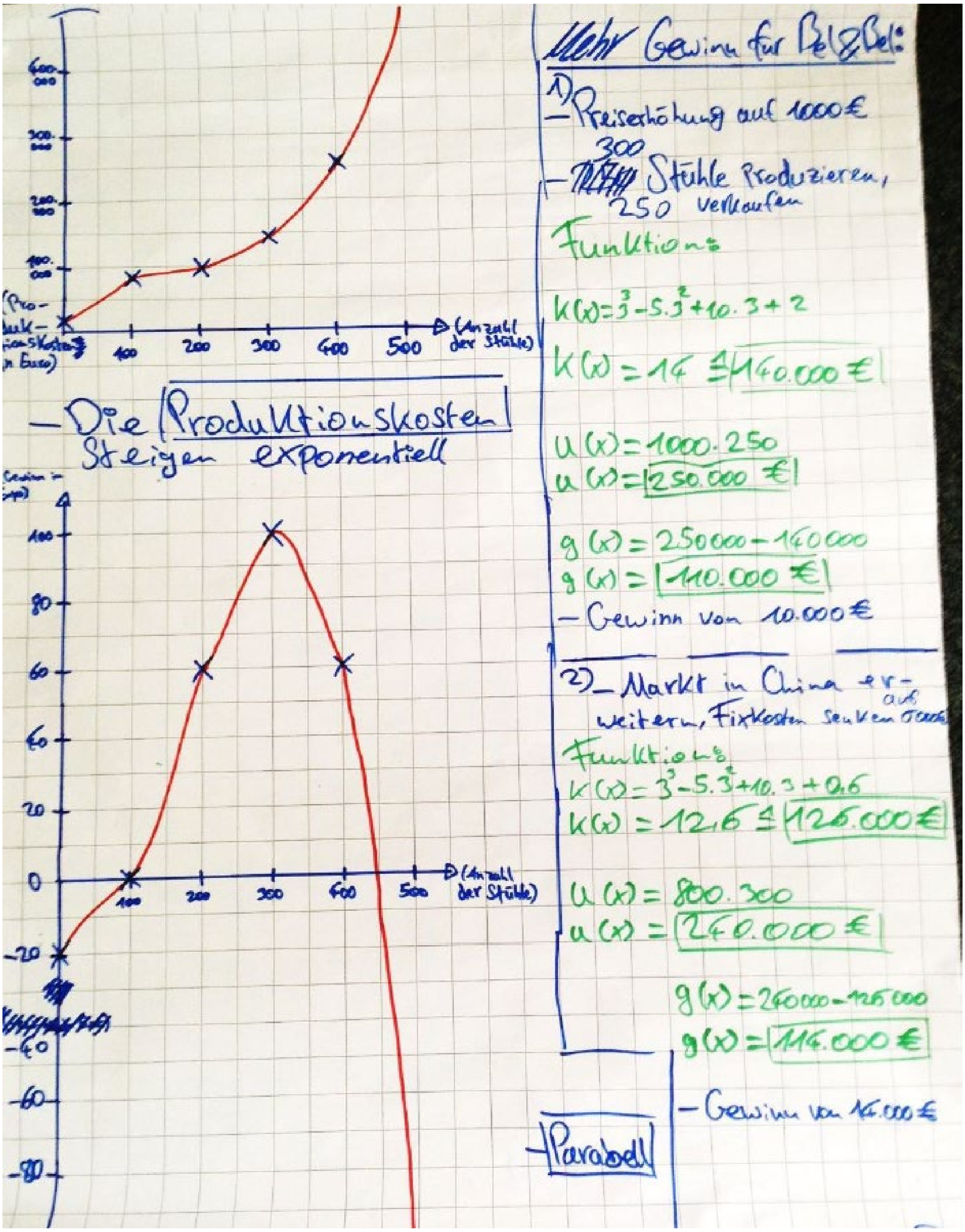
– Gewinn bei einer Investition von 140.000€

Funktion:

$g(x) = U - K$

$g(x) = 240000 - 140000$

$g(x) = \boxed{100.000€}$


Mehr Gewinn für Bel&Bel:
1) – Preiserhöhung auf 1000€
– 300 Stühle Produzieren, 250 verkaufen
Funktions
k(x)=3³–5.3²+10.3+2
k(x)=14 ≙ 140.000 €
u(x)=1000.250
u(x)=250.000 €
g(x)=250000–140000
g(x)=110.000 €
– Gewinn von 10.000 €
2) – Markt in China erweitern, Fixkosten senken auf 60000
Funktions
k(x)=3³–5.3²+10.3+0,6
k(x)=12,6 ≙ 126.000 €
u(x)=800.300
u(x)=240.000 €
g(x)=240000–126000
g(x)=114.000 €
– Gewinn von 14.000 €
– Parabell
– Die Produktionskosten steigen exponentiell
(Anzahl der Stühle)
100
200
300
400
500

Verspastuhl

Annahme: - Alle Stühle werden verkauft
- Stückzahl wird nicht erhöht
- Maxi. Gewinn

Gewinnformel: $g(x) = 8x - x^3 + 5x^2 - 10x - 2$

$g'(x) = 8 - 3x^2 + 10x - 10$

$g'(x) = -2 - 3x^2 + 10x$ $\qquad g'(x) = 0$

$0 = -2 - 3x^2 + 10x \qquad | : (-3)$

$0 = \frac{2}{3} - 1x^2 - \frac{10}{3}x \qquad |$ pq-Formel

$x_{1,2} = \frac{5}{3} \pm \sqrt{\frac{25}{9} - \frac{2}{3}}$

$x_{1,2} \approx \frac{5}{3} \pm 1{,}453$

$x_1 = \frac{5}{3} + 1{,}453 \approx 3{,}12$

$x_2 = \frac{5}{3} - 1{,}453 \approx 0{,}214$

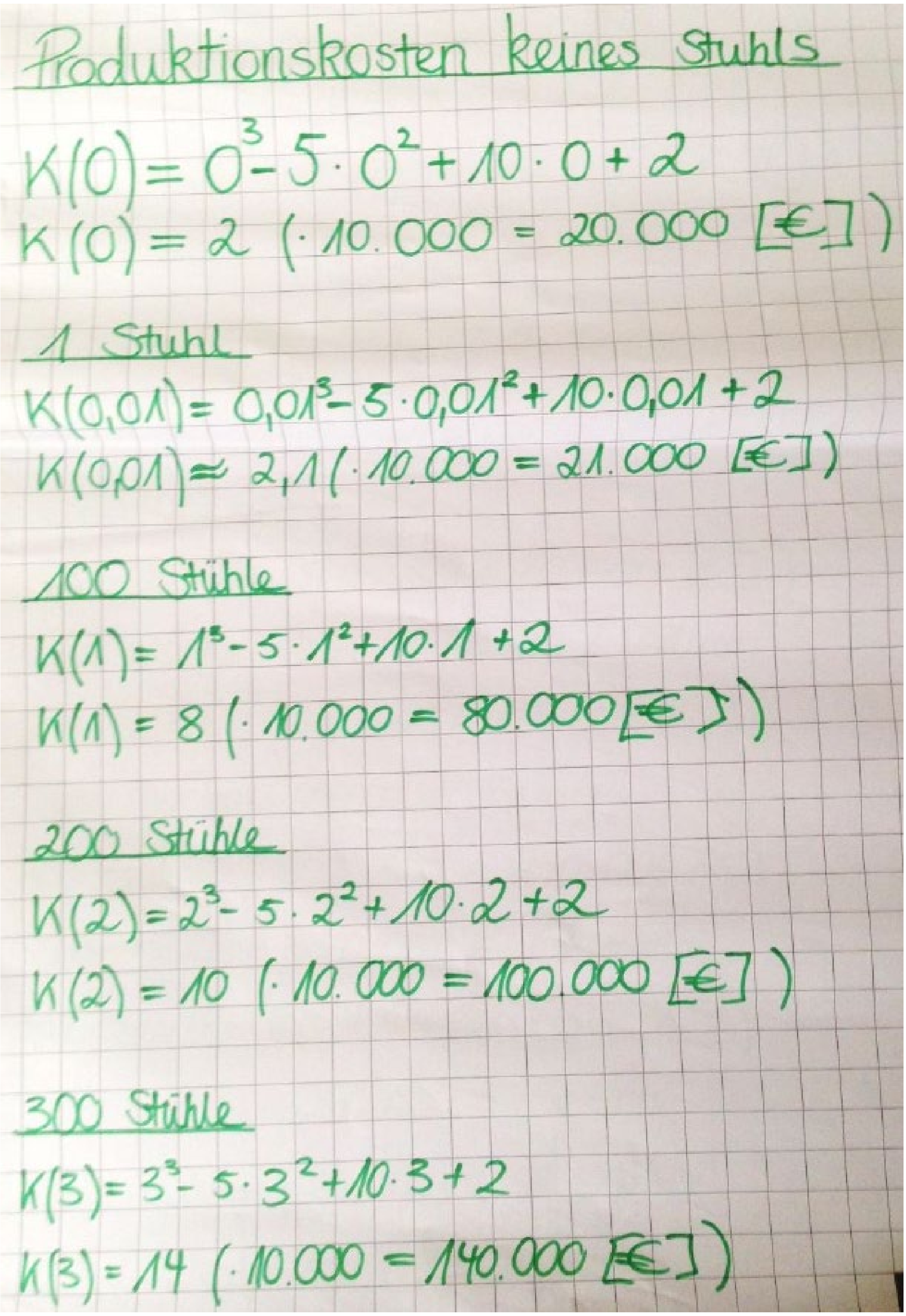
$g(3{,}12) = 8 \cdot 3{,}12 - 3{,}12^3 + 5 \cdot 3{,}12^2 - 10 \cdot 3{,}12 - 2$

$g(3{,}12) \approx 10{,}061$

Maxi.: $(3{,}12 | 10{,}061)$

Beste Stückzahl: 312 Stühle

Gewinn 100.610 €



Produktionskosten keines Stuhls

$K(0) = 0^3 - 5 \cdot 0^2 + 10 \cdot 0 + 2$

$K(0) = 2 \; (\cdot 10.000 = 20.000 \; [€])$

1 Stuhl

$K(0{,}01) = 0{,}01^3 - 5 \cdot 0{,}01^2 + 10 \cdot 0{,}01 + 2$

$K(0{,}01) \approx 2{,}1 \; (\cdot 10.000 = 21.000 \; [€])$

100 Stühle

$K(1) = 1^3 - 5 \cdot 1^2 + 10 \cdot 1 + 2$

$K(1) = 8 \; (\cdot 10.000 = 80.000 \; [€])$

200 Stühle

$K(2) = 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 10 \cdot 2 + 2$

$K(2) = 10 \; (\cdot 10.000 = 100.000 \; [€])$

300 Stühle

$K(3) = 3^3 - 5 \cdot 3^2 + 10 \cdot 3 + 2$

$K(3) = 14 \; (\cdot 10.000 = 140.000 \; [€])$

400 Stühle

$K(4) = 4^3 - 5 \cdot 4^2 + 10 \cdot 4 + 2$

$K(4) = 26 \ (\cdot 10.000 = 260.000 \ [€])$

500 Stühle

$K(5) = 5^3 - 5 \cdot 5^2 + 10 \cdot 5 + 2$

$K(5) = 52 \ (\cdot 10.000 = 520.000 \ [€])$

Gewinn?

100 Stühle: $(800 \cdot 100 = 80.000 \ [€])$

Wir machen keinen Gewinn / Verlust.

200 Stühle: $(800 \cdot 200 = 160.000 \ [€])$

Wir machen 60.000 € Gewinn.

300 Stühle: $(800 \cdot 300 = 240.000 \ [€])$

Wir machen 100.000 € Gewinn.

400 Stühle: $(800 \cdot 400 = 320.000 \ [€])$

Wir machen 60.000 € Gewinn.

500 Stühle: $(800 \cdot 500 = 400.000)$

Wir machen 120.000 € Verlust.

Preise erhöhen?

Ab 500 Stühlen machen wir beim derzeitigen Preis (800 €) 120.000 € Verlust.

Gewinn machen wir erst wieder, wenn wir den Preis um 300 € erhöhen (1.100 €).

Die Frage ist nur, ob auch alle Stühle verkauft werden.

Vorschlag?

- 1 Monat neuen Preis testen.

Aber selbst dann würde unsere Firma nur 30.000 € Gewinn machen.

GEFÖRDERT VOM

Bundesministerium für Bildung und Forschung

ProfaLe wird im Rahmen der „Qualitätsoffensive Lehrerbildung“ von Bund und Ländern aus Mitteln des Bundesministeriums für Bildung und Forschung unter dem Förderkennzeichen 01JA1811 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt bei den Autorinnen und Autoren.